

---

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
МНОГОФАЗНОГО ТЕЧЕНИЯ В АНТРОДУОДЕНУМЕ  
ДЛЯ ОЦЕНКИ СКОРОСТИ ВСАСЫВАНИЯ  
ХИМИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ В КРОВЬ**

---

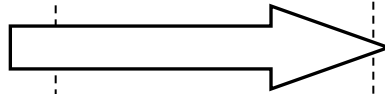
*Марат Решидович Камалтдинов*

к.ф.-м.н., с.н.с ФБУН «ФНЦ медико-профилактических технологий управления рисками  
здоровью населения»

# Введение. Актуальность

## Факторы среды обитания:

- ♦ физические
- ♦ химические
- ♦ социальные
- ♦ образ жизни
- ♦ биологические
- ♦ и др.



## Системы организма:

- ♦ Сердечно-сосудистая
- ♦ Дыхательная
- ♦ **Пищеварительная**
- ♦ Иммунная
- ♦ Эндокринная
- ♦ Нервная
- ♦ Мочевыделительная
- ♦ и др.

Для корректного описания организма в целом и его отдельных систем необходимо учитывать взаимодействия всех систем

Состояние каждой системы характеризуется набором параметров поврежденности

Совокупность уравнений эволюции поврежденности систем, учитывающих осредненное взаимодействие – математическая модель макроуровня

Модель, описывающая пищеварение в антродуоденальном отделе желудочно-кишечного тракта – одна из подмоделей мезоуровня

# Введение. Направления развития

- ❑ трехмерное моделирование
- ❑ многофазная среда с учетом массовых источников, биохимических реакций, межфазного обмена
- ❑ комплексный учет основных функций антропогенума, а также эволюции их нарушений
- ❑ учет взаимодействия с другими органами и системами

**Цель исследования** – построение математической модели, позволяющей описывать процессы течения многофазных сред, оценивать и прогнозировать функциональные нарушения в антродуоденальной области ЖКТ, а также описывать их влияние на основные процессы пищеварения

### **Задачи исследования:**

– осуществить концептуальную постановку задачи моделирования пищеварения в антродуоденуме с учетом эволюции нарушений функций, выделением основных структурных элементов и связей между ними, необходимых для включения в математическую модель;

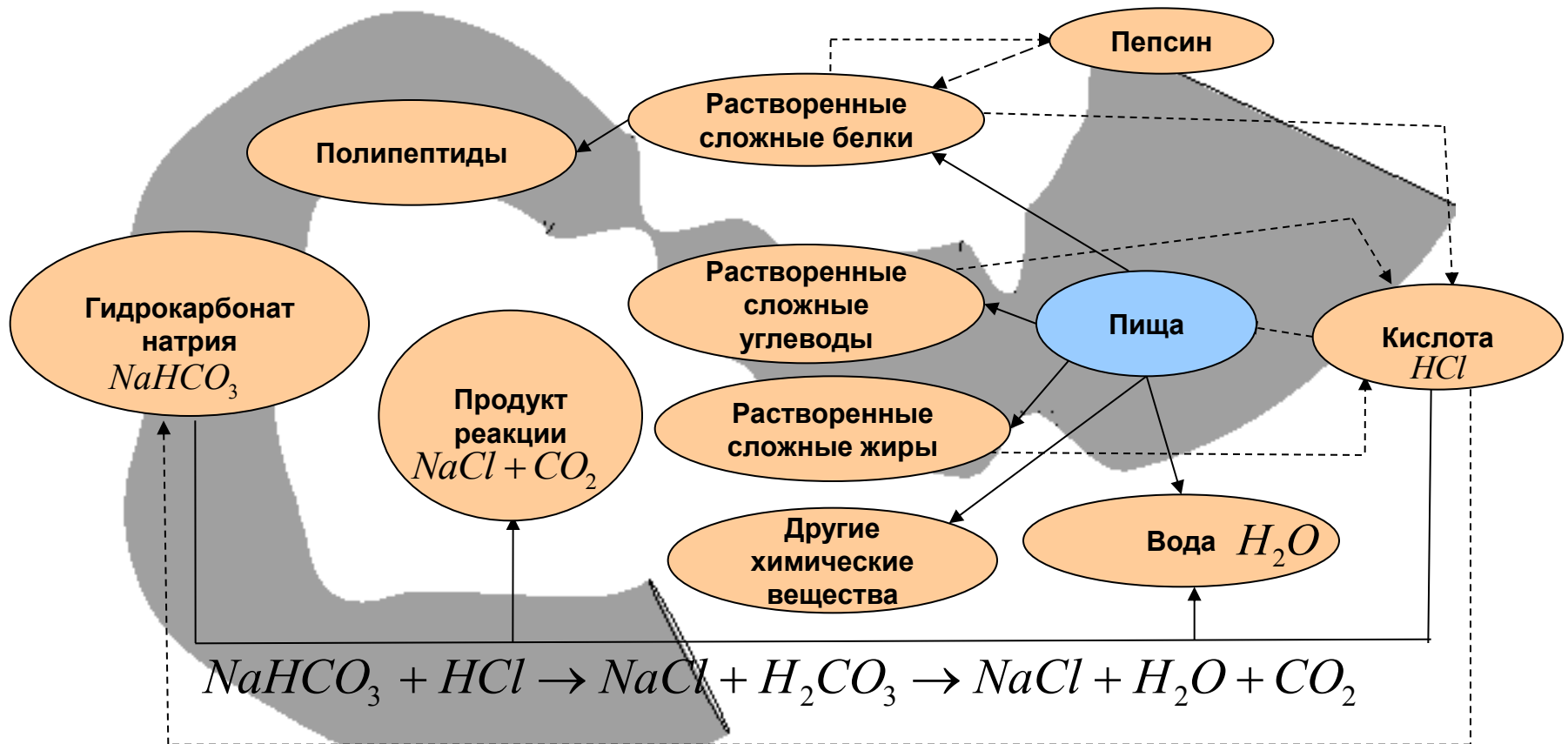
– выполнить математическую постановку задачи моделирования пищеварения в антродуоденальной области желудочно-кишечного тракта с учетом основных физиологических функций в норме и патологии;

– выполнить идентификацию параметров модели на основе экспериментальных и литературных данных;

– разработать алгоритмы и комплекс программ для численной реализации предлагаемой математической модели;

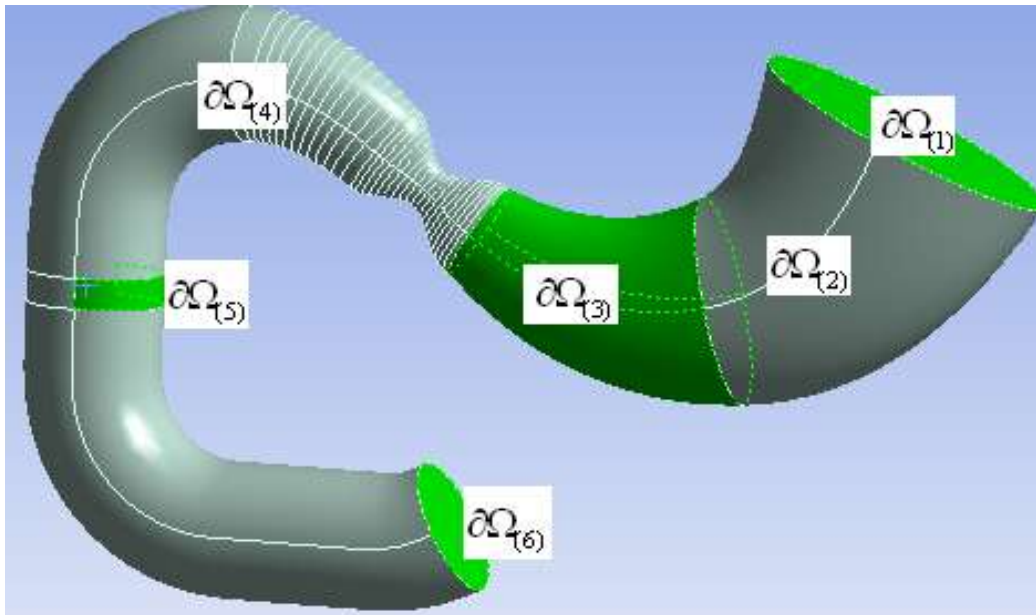
– используя численные эксперименты, выявить особенности пищеварительных процессов в антродуоденуме в зависимости от физических параметров пищи, наличия/отсутствия функциональных нарушений.

# Концептуальная постановка. Упрощенная схема пищеварения в антродуоденальной области пищеварительного тракта



Сплошная линия обозначает переход массы, пунктирная линия – обратную связь и управляющее воздействие

# Концептуальная постановка. Функциональные зоны



1, 6 – сечения входа/выхода,  
2 – зона секреции кислоты и пепсина  
(верхний желудок),  
3 – зона секреции гидрокарбоната  
натрия в желудке (нижний желудок),  
4 – зона секреции гидрокарбоната  
натрия в кишечнике,  
5 – зона секреции гидрокарбоната  
натрия с соком поджелудочной железы  
и печени

**Антродуоденум** - анtrum (часть желудка, расположенная ближе к кишечнику) и дуоденум (двенадцатиперстной кишка, начальный отдел кишечника). Антрум и дуоденум разделяет пилорическое отверстие.

$F_{(l)(m)} \in [0, 1]$  - функциональность  $l$ -ой зоны, характеризующая  $m$ -функцию

**Функции антродуоденума** – моторная, секреторная, всасывательная.

$\Omega$  – внутренность области,  $\partial\Omega$  – граница области,  
 $\partial\Omega_{(l)}$  –  $l$ -ая граница области,  $\Omega_{(l)}$  – внутренность области, прилегающая к  $l$ -ой границе

# Математическая постановка. Уравнения сохранения массы

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{(1)}\alpha_{(1)}Y_{(i)}) + \nabla \cdot (\rho_{(1)}\alpha_{(1)}\mathbf{v}_{(1)}Y_{(i)}) &= -\nabla \cdot \mathbf{J}_{(i)} + R_{(i)} + S_{(i)} + \sum_j m'_{(j)(i)}; & i = \overline{0, I}, \quad j = \overline{2, J}, \\ & & t \in [0; T), \quad \mathbf{r} \in \overline{\Omega}, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho_{(j)}\alpha_{(j)}) + \nabla \cdot (\rho_{(j)}\alpha_{(j)}\mathbf{v}_{(j)}) &= -\sum_i m'_{(j)(i)} + m''_{(j-1)(j)} - m''_{(j)(j+1)}; & m''_{(1)(2)} = m''_{(J)(J+1)} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_i Y_{(i)} = 1, \sum_j \alpha_{(j)} = 1, \quad i = \overline{0, I}, \quad j = \overline{1, J},$$

■ **Вектор интенсивности потока массы за счет диффузии:**  $\mathbf{J}_{(i)} = -\rho_{(1)}K_{(i)}\nabla Y_{(i)}. \quad (2)$

$i = \overline{0, I}$ , – индекс компоненты первой фазы;

$\alpha_{(j)}$  – объемная доля  $j$ -ой фазы;

$j = \overline{1, J}$ , – индекс фазы;

$\rho_{(j)}$  – плотность  $j$ -ой фазы, кг/м<sup>3</sup>;

$\mathbf{v}_{(j)}$  – вектор скорости  $j$ -ой фазы, м/с;

$K_{(i)}$  – коэффициент диффузии  $i$ -ой компоненты, м<sup>2</sup>/с.

$Y_{(i)}$  – массовая доля  $i$ -ой компоненты;

В соотношениях (1),(2) –  ~~$\sum_{j,i}$~~

$R_{(i)}, S_{(i)}, m'_{(j)(i)}, m''_{(j)(i)}$  – интенсивность источников массы за счет реакций, секреции/всасывания, межфазного обмена, кг/(м<sup>3</sup>·с);

# Математическая постановка. Уравнения сохранения импульса

Принимается гипотеза о равенстве давлений фаз, пропорциональности сил межфазного взаимодействия разности скоростей взаимодействующих фаз.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_{(1)}\rho_{(1)}\mathbf{v}_{(1)}) + \nabla \cdot (\alpha_{(1)}\rho_{(1)}\mathbf{v}_{(1)}\mathbf{v}_{(1)}) = & -\alpha_{(1)}\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{(1)} + \\ + \alpha_{(1)}\rho_{(1)}\mathbf{g} + \sum_j K_{(j)(1)}(\mathbf{v}_{(j)} - \mathbf{v}_{(1)}) + \sum_j \left( \sum_{i=3,4,5,6,9} m'_{(j)(i)}\mathbf{v}_{(j)} \right); & m''_{(1)(2)} = m''_{(J)(J+1)} = 0, \\ & \mathbf{r} \in \Omega, \quad t \in [0; T), \end{aligned} \quad (3)$$

$$j = \overline{2, J}, \quad q = \overline{2, J},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_{(j)}\rho_{(j)}\mathbf{v}_{(j)}) + \nabla \cdot (\alpha_{(j)}\rho_{(j)}\mathbf{v}_{(j)}\mathbf{v}_{(j)}) = & -\alpha_{(j)}\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{(j)} + \alpha_{(j)}\rho_{(j)}\mathbf{g} + \\ + \sum_q K_{(q)(j)}(\mathbf{v}_{(q)} - \mathbf{v}_{(j)}) - \left( \sum_{i=3,4,5,6,9} m'_{(j)(i)}\mathbf{v}_{(j)} + m''_{(j-1)(j)}\mathbf{v}_{(j-1)} - m''_{(j)(j+1)}\mathbf{v}_{(j)} \right); & \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{(j)} = \alpha_{(j)}\eta_{(j)}(\nabla\mathbf{v}_{(j)} + (\nabla\mathbf{v}_{(j)})^T), \quad \mathbf{r} \in \bar{\Omega}, \quad j = \overline{1, J}. \quad (4)$$

$\boldsymbol{\tau}_{(j)}$  – тензор напряжений  $j$ -ой фазы, Па,

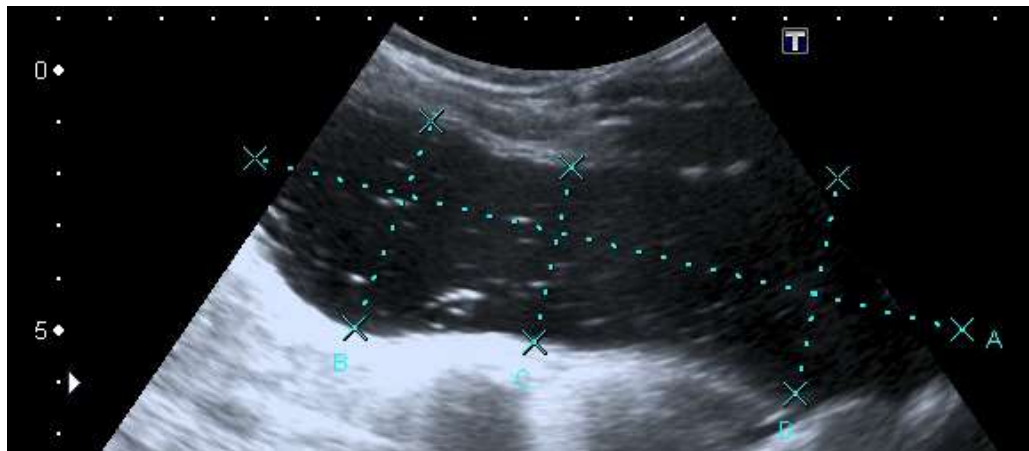
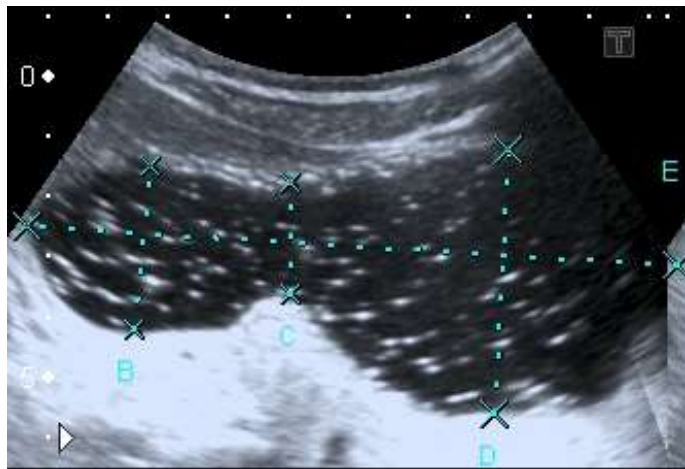
$\eta_{(j)}$  – сдвиговая вязкость  $j$ -ой фазы, Па·с.

В соотношениях (3),(4) –

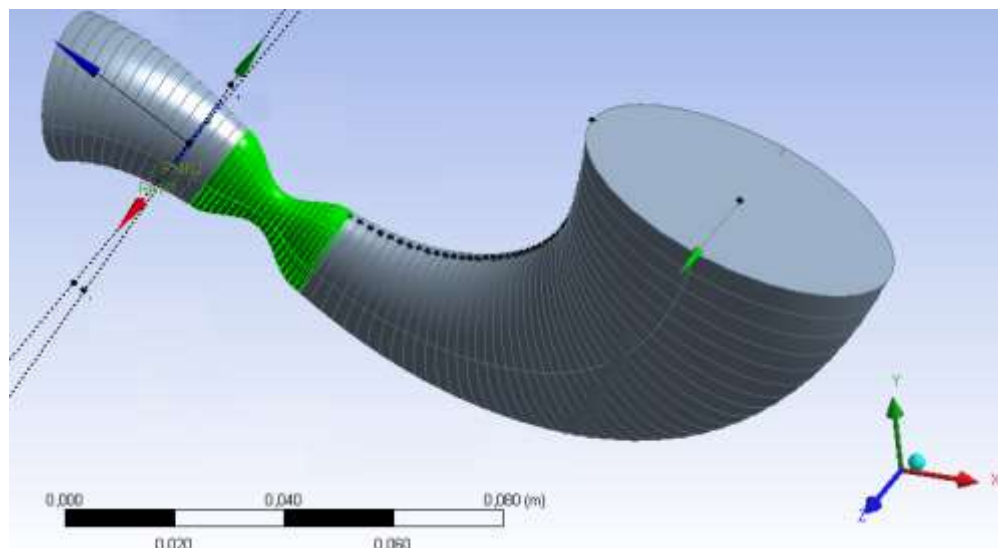




# Ультразвуковое исследование



*Изображение желудка в сечениях, параллельных горизонтальной и срединной плоскости*



*Построение трехмерной поверхности желудка в Ansys Design Modeler (сегмент зеленого цвета – область пилорического отверстия, сегмент серого цвета слева – кишечник, справа – желудок)*

APure+

T

0  
2  
4  
6  
8

6C1  
diffT5.0  
27 fps

MI:0.9  
2DG  
88  
DR  
60



Dist A 0.0 mm

A 5 IP6



# Численное моделирование. Параметры волн

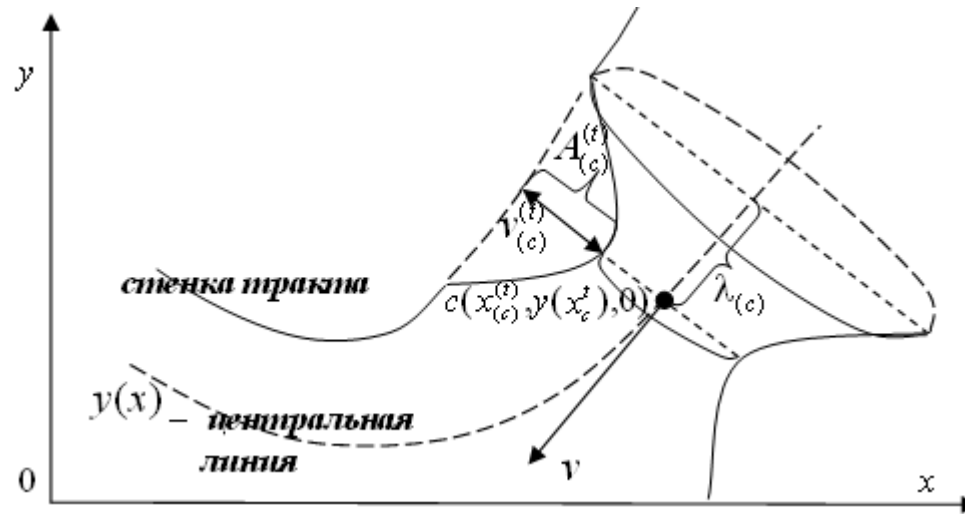


Схема к алгоритму расчета смещения узлов расчетной сетки

Параметры волн в антруме:

$$v = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$$

$$\lambda_c = 0,01 \text{ м}$$

$$A_c^t = F_{(l)(3)} \cdot 0,009 \text{ м}, \quad l = 2,3$$

$$T = 18 \text{ с}$$

Параметры волн в дуоденуме:

$$v = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$$

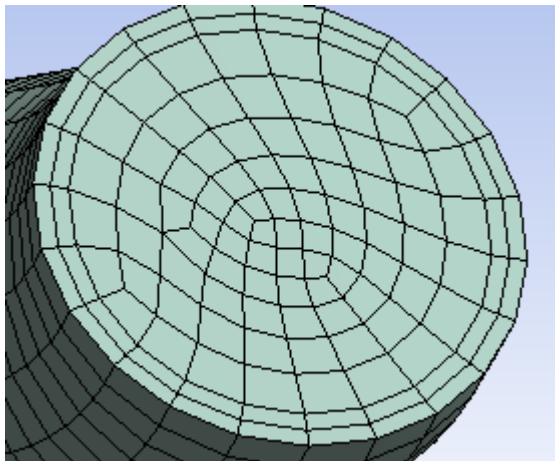
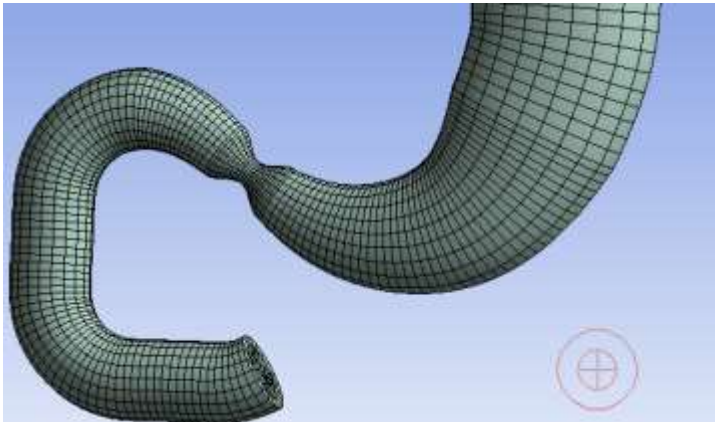
$$\lambda_c = 0,02 \text{ м}$$

$$A_c^t = F_{(4)(3)} \cdot 0,0035 \text{ м}$$

$$T = 9 \text{ с}$$

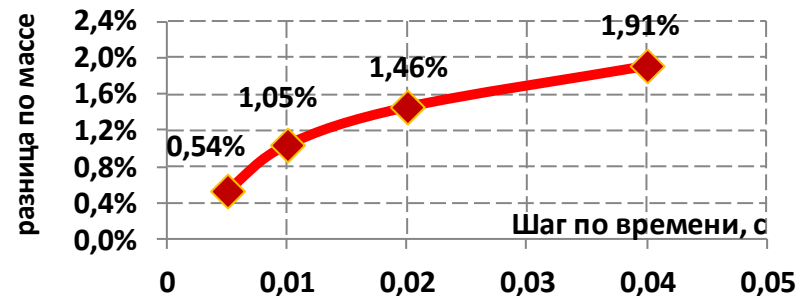
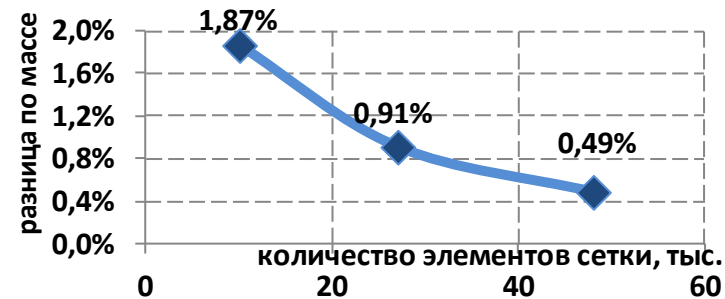
Открытие и закрытие пилорического отверстия осуществляется в течение 2 с каждые 18 с.

# Численное моделирование. Параметры для расчетов



Построение расчетной сетки в  
*Ansys Meshing*

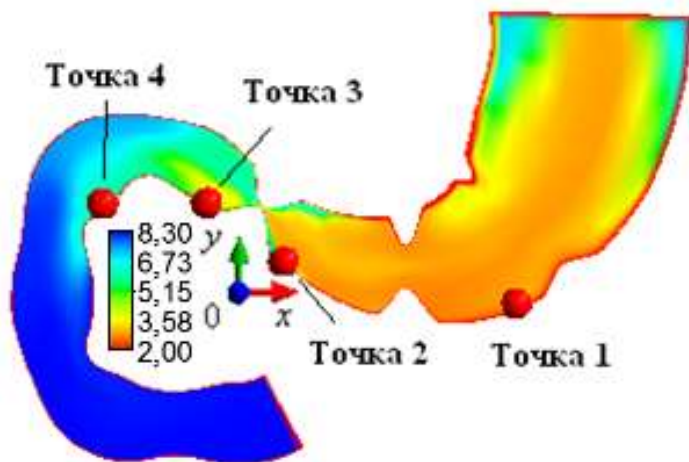
- Размер сетки – 27 тыс. элементов
- Временной шаг – 0,01 с
- Для временной дискретизации используются неявные схемы первого порядка
- Для пространственной дискретизации противоточные схемы первого порядка



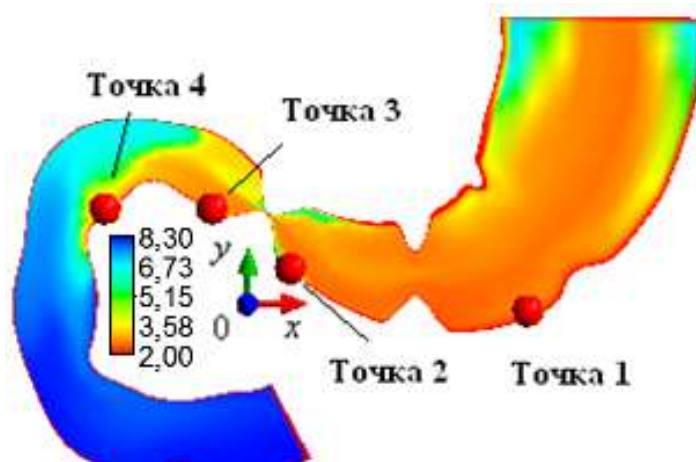
Отклонения в решениях при расчете массы гидрокарбоната натрия на различных временных шагах и размерах сетки

## Результаты. Напиток с повышенной кислотностью

No.	Функциональные нарушения	Функциональные нарушения	Объем напитка, мл	Кислотность напитка, pH
	секреции щелочи, $F_{(l)(1)}, l = \overline{3,5}$	моторики антрума, $F_{(3)(3)}$		
1	1	1	170	7
2	1	1	100	2,3
3	1	1	170	2,3
4	1	1	170	3,5
5	0,4	1	170	2,3
6	1	0,75	170	2,3



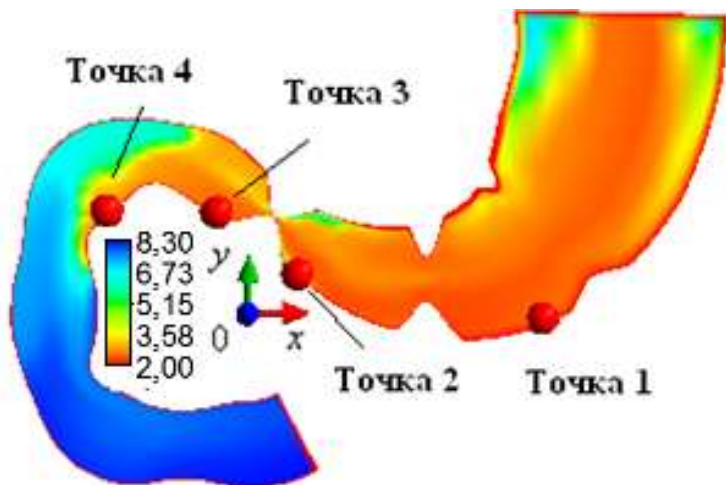
pH уровень,  $t=330$  с (сценарий 1)



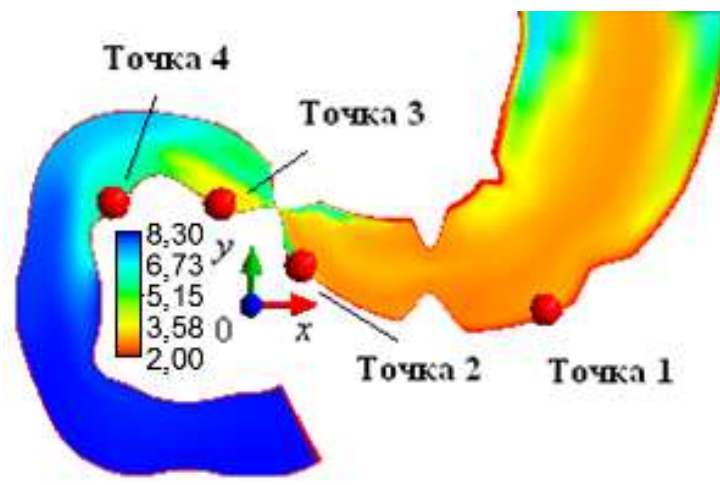
pH уровень,  $t=330$  с (сценарий 2)



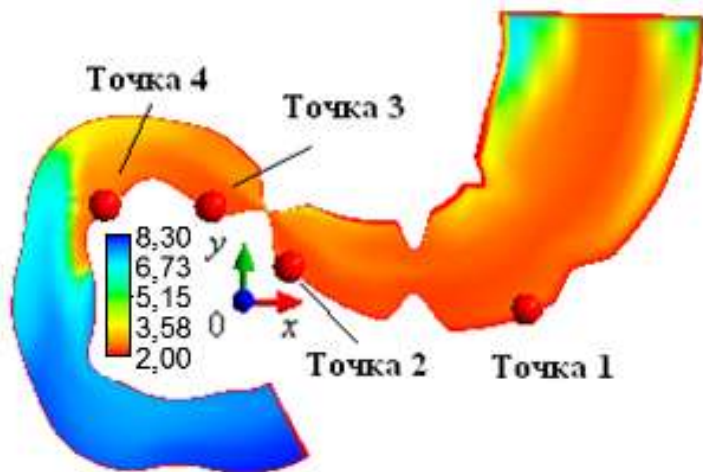
# Результаты. Напиток с повышенной кислотностью



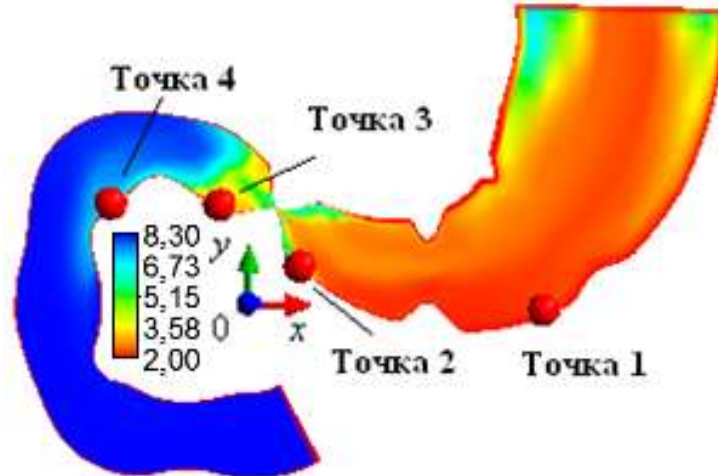
*pH уровень, t=330 с (сценарий 3)*



*pH уровень, t=330 с (сценарий 4)*



*pH уровень, t=330 с (сценарий 5)*



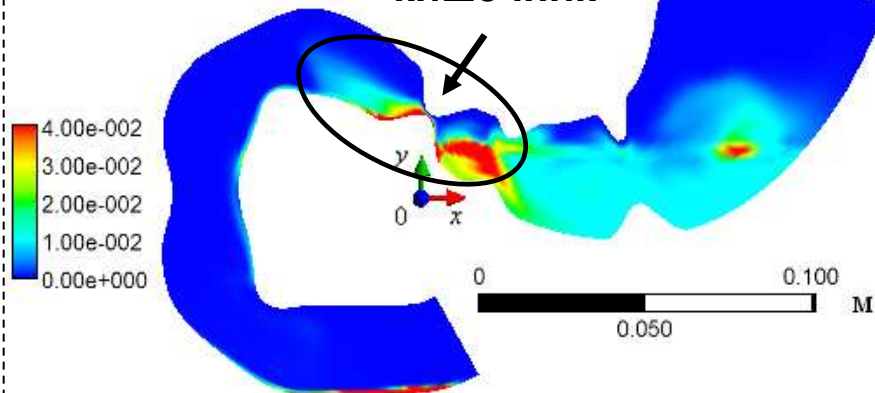
*pH уровень, t=330 с (сценарий 6)*

## Результаты. Желудочная эвакуация

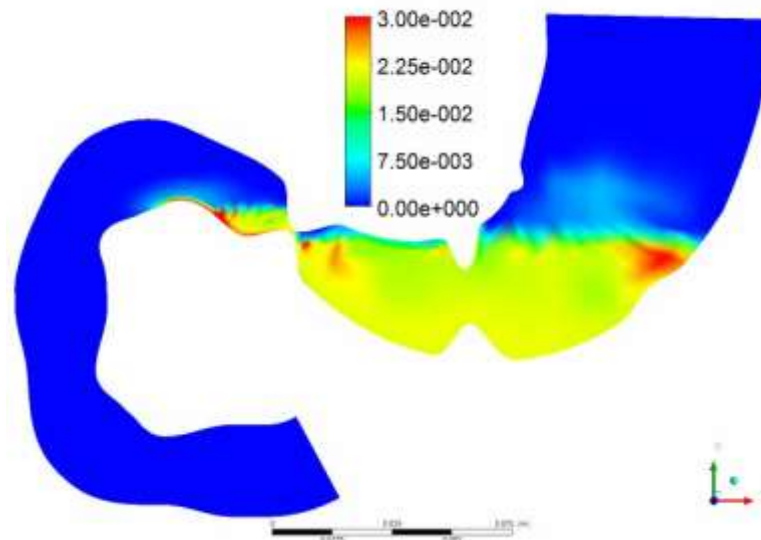
№.	Функциональные нарушения моторики антрума, $F_{(3)(3)}$	Функциональные нарушения пилорического отверстия	Масса растворенных компонент пищи в дуоденуме, г	Масса частиц с размером менее 0.7 мм в дуоденуме, г	Масса частиц с размером менее 0.2 мм в дуоденуме, г
1	1	1	0.064	0.762	0.524
2	1	0.9	0.064	0.792	0.538
3	1	0.5	0.073	0.414	0.419
4	1	0	0.072	0.393	0.378
5	0.75	1	0.046	0.077	0.205
6	0.75	0.9	0.045	0.081	0.209
7	0.75	0.5	0.046	0.081	0.215
8	0.75	0	0.046	0.095	0.221

# Результаты. Желудочная эвакуация

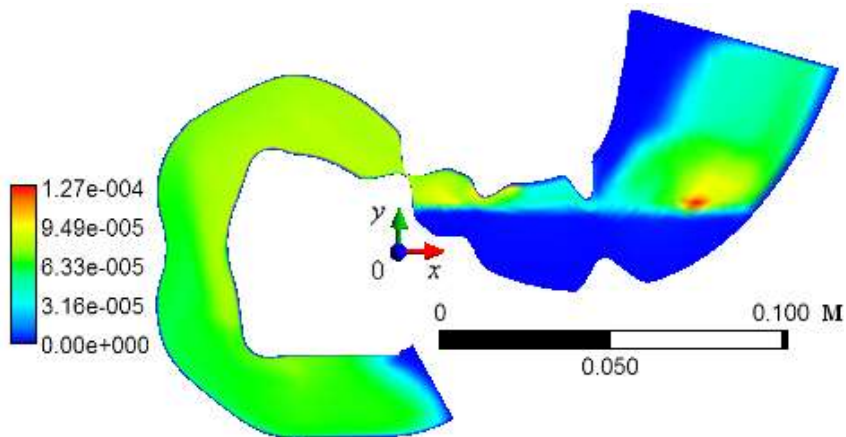
Переход в  
кишечник



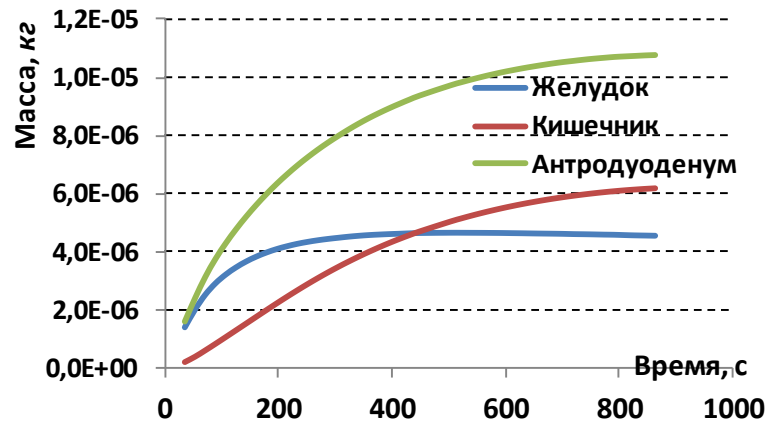
Объемная доля частиц шестой фазы (0,2 мм),  
 $t=864$  с



Объемная доля частиц шестой фазы (0,2 мм)



Массовая доля растворенных белков,  $t=864$  с



Изменение массы растворенного белка в  
желудке и кишечнике

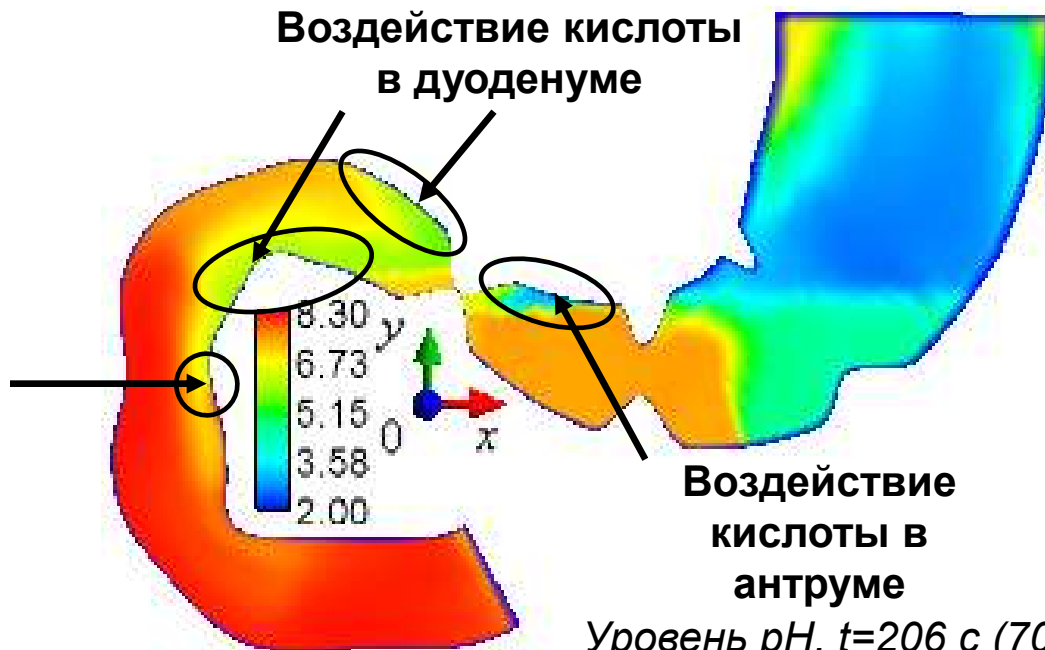


# Результаты. Всасывание химических веществ

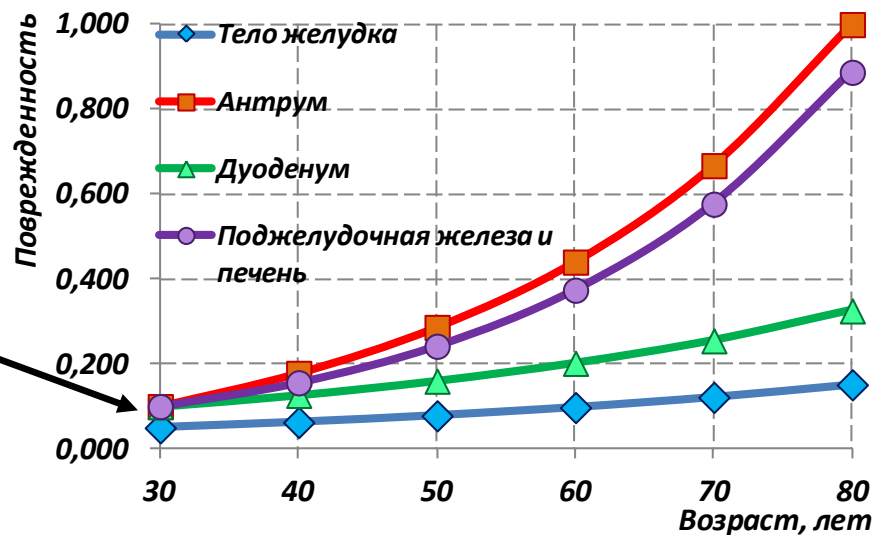
№.	Функциональные нарушения секреции щелочи, $F_{(l)(l)}$ , $l = \overline{3,5}$	Функциональные нарушения моторики, $F_{(3)(3)}$	Плотность $\rho_{(j)}, j = \overline{2,6}$ , $\text{кг/м}^3$	Вязкость $\eta_{(j)} = 2 \cdot 10^{-3}$ , Па·с	функциональность размельчения – $F_{(y)}$	Скорость всасывания, кг/с
1	1	1	1020	$2 \cdot 10^{-3}$	1	$2.63 \cdot 10^{-14}$
2	1	1	1005	$2 \cdot 10^{-3}$	1	$3.94 \cdot 10^{-14}$
3	1	1	1005	$10^{-1}$	1	$2.83 \cdot 10^{-14}$
4	0,5	1	1005	$2 \cdot 10^{-3}$	1	$4.38 \cdot 10^{-14}$
5	1	0,75	1005	$2 \cdot 10^{-3}$	1	$3.16 \cdot 10^{-14}$
6	1	1	1005	$2 \cdot 10^{-3}$	0,5	$1.29 \cdot 10^{-14}$

# Эволюция поврежденности. Результаты

Постоянное воздействие химического вещества через кровь на поджелудочную железу и печень



Начальный уровень поврежденности, полученный из решения диагностической задачи для возраста 30 лет



# Выводы

- Предложена математическая модель для описания многофазного течения в канале переменного сечения и переменной кривизны с учетом массовых источников, подвижных границ, которая применена для описания пищеварительных процессов в участке тракта (антродуоденуме) с комплексным учетом основных функций и эволюции их нарушений, связей с другими системами организма.
- В численных экспериментах выявлены особенности влияния функциональных нарушений секреции на скорость растворения частиц пищи и кислотность содержимого антродуоденума, показано также влияние нарушений моторной функции и плотности пищи на процесс желудочной эвакуации (перехода пищи из желудка в кишечник).
- Модель может быть использована для прогноза развития функциональных нарушений в антродуоденуме (в том числе - с учетом локализации патологических процессов), для определения потоков химических веществ в кровь

---

# Спасибо за внимание!

Основные результаты работы получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках выполнения инициативного научного проекта: №16-01-00126-а